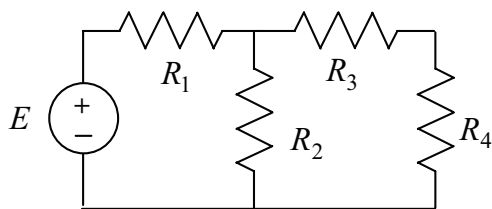


1. Serie, parallelo e partitori.

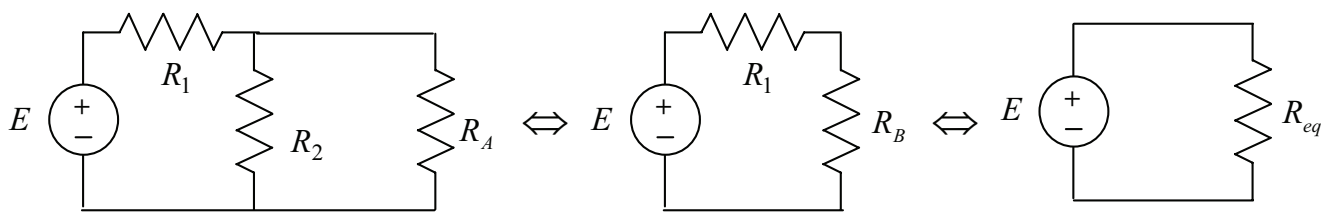
ES. 1.1 Calcolare la resistenza equivalente vista ai capi del generatore E.



$$R_1 = 1 \Omega \quad R_2 = 4 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega \quad R_4 = 2 \Omega$$

Utilizzando l'equivalenza serie e parallelo, il circuito di resistenze visto da E si può ridurre ad un unico resistore attraverso i seguenti passi:

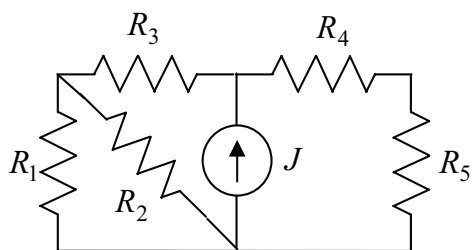


$$R_A = R_3 + R_4 = 5 \Omega$$

$$R_B = R_A \parallel R_2 = \frac{R_A R_2}{R_A + R_2} = 2.22 \Omega$$

$$R_{eq} = R_B + R_1 = 3.22 \Omega$$

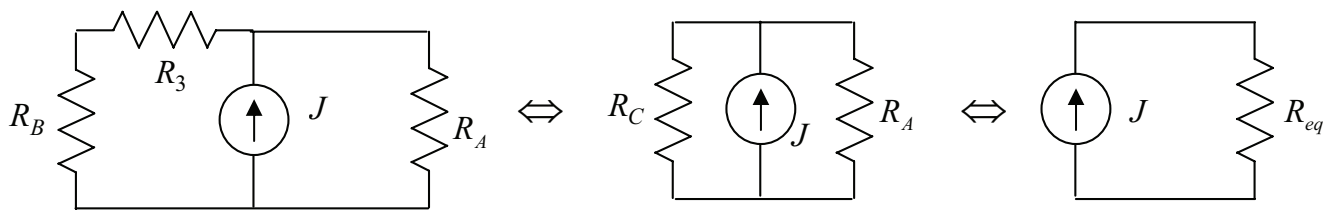
ES. 1.2 Calcolare la resistenza equivalente vista dal generatore J.



$$R_1 = R_4 = 5 \Omega \quad R_2 = 3 \Omega$$

$$R_3 = R_5 = 2 \Omega$$

Utilizzando l'equivalenza serie e parallelo, il circuito di resistenze visto da E si può ridurre ad un unico resistore attraverso i seguenti passi:



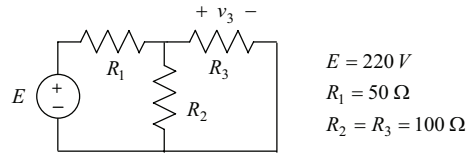
$$R_A = R_4 + R_5 = 7 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1.87 \Omega$$

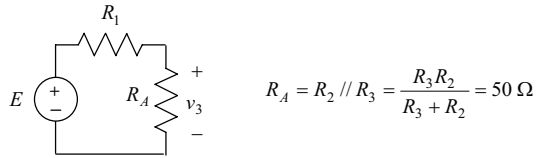
$$R_C = R_B + R_3 = 3.87 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_A R_C}{R_A + R_C} = 2.49 \Omega$$

ES. 1.7 - Calcolare la tensione v_3 usando il partitore di tensione.



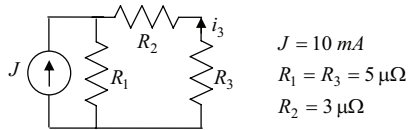
Il partitore di tensione si applica a due resistori in serie, quindi occorre preliminarmente ricondursi alla rete equivalente seguente:



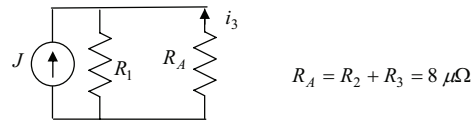
Applicando ora il partitore di tensione si ha:

$$v_3 = E \frac{R_A}{R_A + R_1} = 110 V.$$

ES. 1.8 - Calcolare la corrente i_3 usando il partitore di corrente.



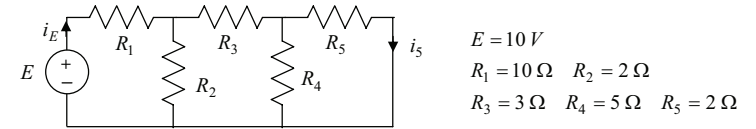
Il partitore di corrente si applica a due resistori in parallelo, quindi occorre riferirsi alla rete equivalente seguente:



Applicando ora il partitore di corrente si ha (tenuto conto dei versi):

$$i_3 = -J \frac{R_1}{R_A + R_1} = -3.84 mA.$$

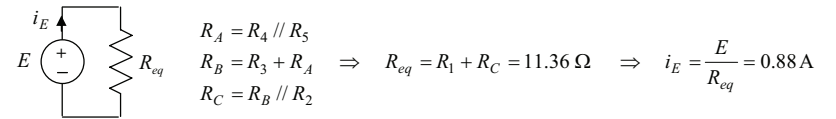
ES. 1.9 - Calcolare la potenza erogata dal generatore E e quella assorbita dal resistore R_5 .



Scegliendo le correnti come in figura, le potenze richieste sono date da:

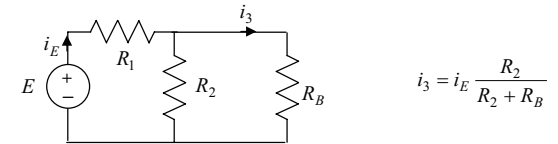
$$P_E^{erog} = E i_E, \quad P_{R_5} = R_5 i_5^2.$$

La i_E si valuta a partire dal calcolo della resistenza equivalente vista ai capi del generatore:



da cui si ricava: $P_E^{erog} = 8.80 W$.

Nota la corrente i_E , si può ricavare la i_5 applicando due volte il partitore di corrente. Dapprima ricaviamo i_3 dalla rete equivalente seguente

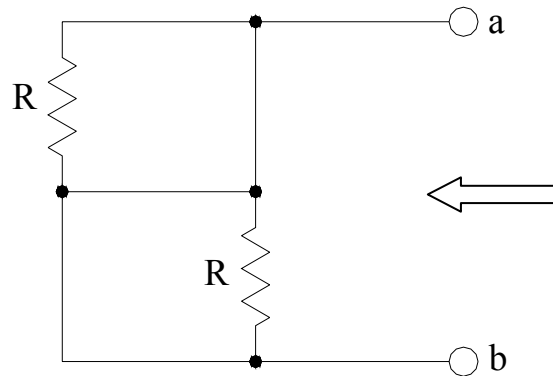


quindi ricaviamo i_5 ripartendo i_3 tra i resistori R_4 ed R_5 :

$$i_5 = i_3 \frac{R_4}{R_4 + R_5} = 0.19 A \Rightarrow P_{R_5} = 72.20 mW.$$

Esercizio n°3.9

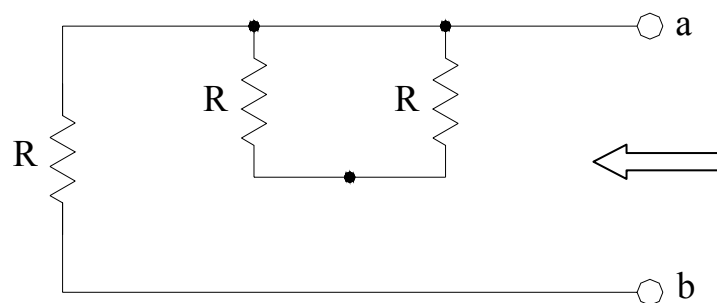
Dato il circuito in figura:



calcolare la resistenza alla porta a-b.

Il cortocircuito si può assimilare ad un resistore di resistenza nulla (e conduttanza infinita). Il parallelo tra un resistore (in generale di un qualsiasi componente) ed un cortocircuito è ancora un cortocircuito. Per questo motivo la resistenza alla porta a-b è nulla.

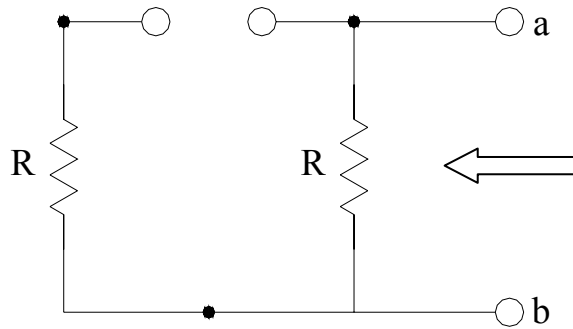
Dato il circuito in figura:



calcolare la resistenza alla porta a-b.

Il circuito aperto si può assimilare ad un resistore di resistenza infinita (e conduttanza nulla). La serie tra un resistore (in generale di un qualsiasi componente) ed un circuito aperto è ancora un circuito aperto. Per questo motivo la resistenza alla porta a-b è pari a R.

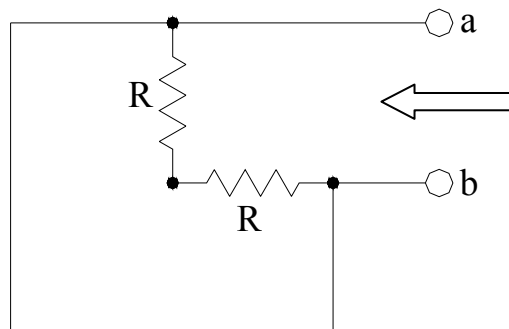
Dato il circuito in figura:



calcolare la resistenza alla porta a-b.

La resistenza alla porta a-b è pari a R per le stesse ragioni esposte nell'esercizio precedente.

Dato il circuito in figura:

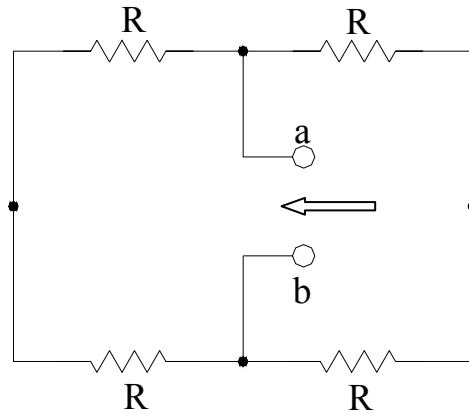


calcolare la resistenza alla porta a-b.

La resistenza alla porta a-b è nulla perché il parallelo tra un cortocircuito e un resistore (la serie delle due R) è ancora un cortocircuito.

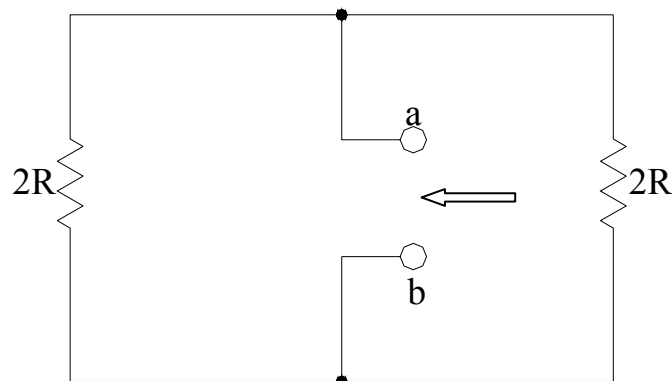
Esercizio n°3.10

Dato il circuito in figura:

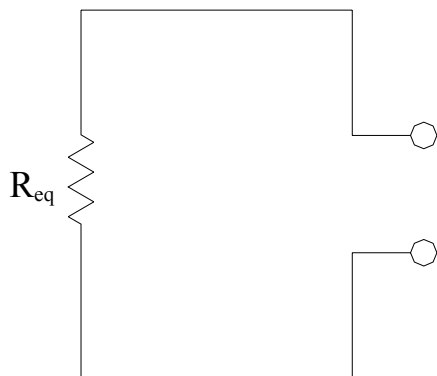


calcolare la resistenza equivalente tra a e b.

Il circuito può essere modificato nel seguente modo:



e infine, effettuando il parallelo tra i resistori di resistenza 2R:

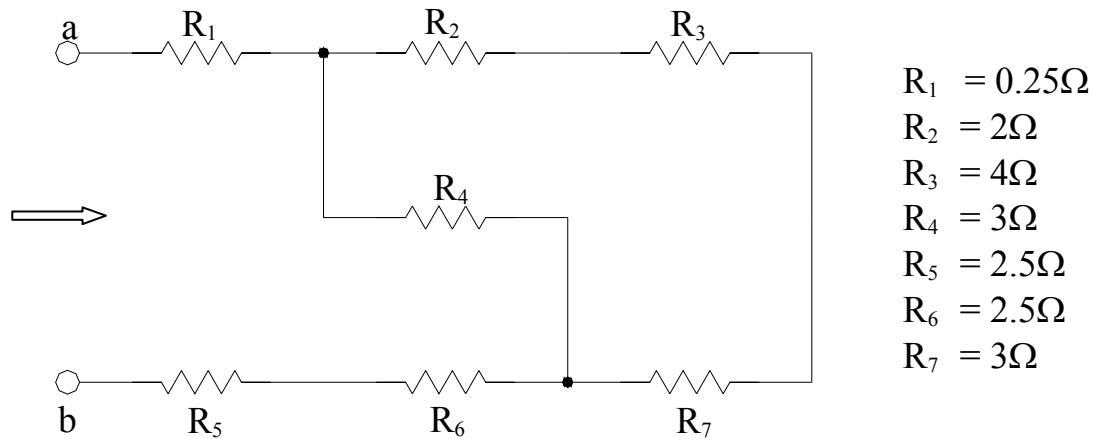


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{2R} = \frac{1}{R}$$

$$R_{eq} = R$$

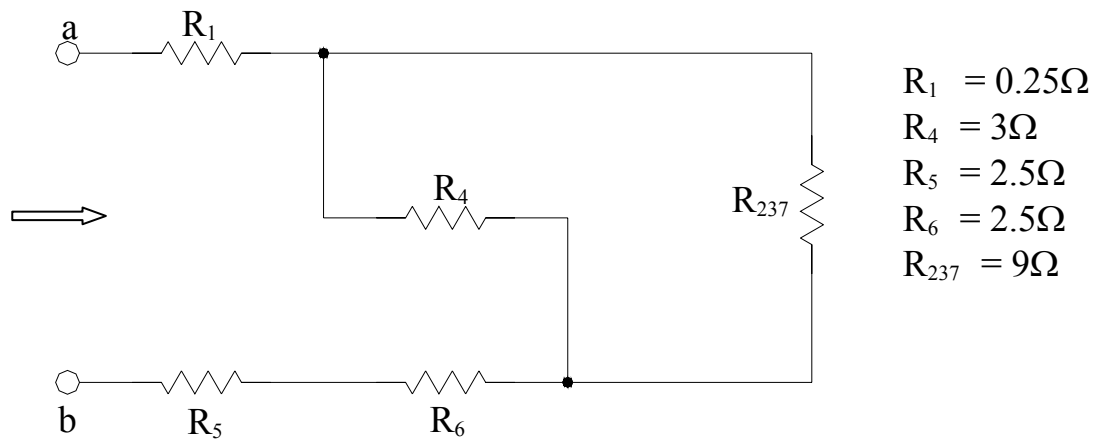
Esercizio n°11

Dato il circuito in figura:



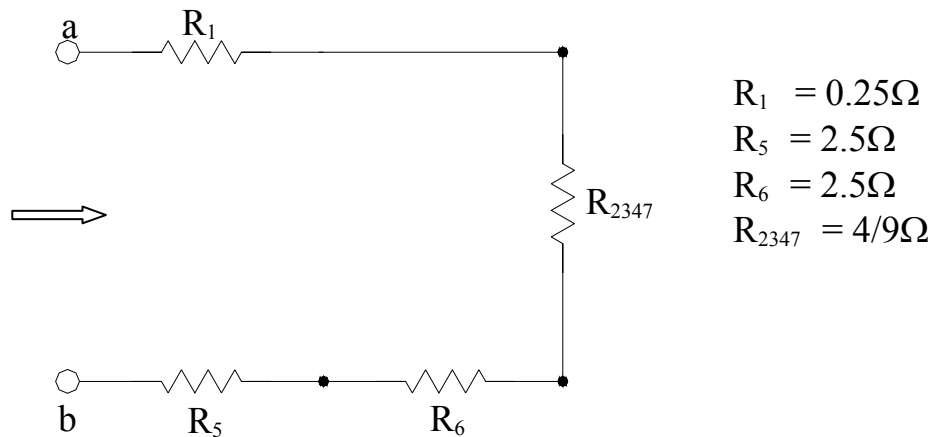
calcolare la resistenza equivalente tra a e b.

Riduciamo il circuito partendo dalla serie $R_2 R_3 R_7$:



$$R_{237} = R_2 + R_3 + R_7 = 2 + 4 + 3 = 9\Omega$$

Realizziamo il parallelo R_4 R_{237} :



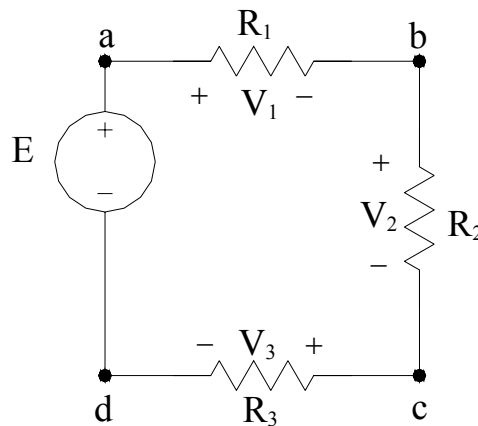
$$\frac{1}{R_{2347}} = \frac{1}{R_{237}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1+3}{9} = \frac{4}{9} \quad R_{2347} = 2.25$$

A questo punto possiamo determinare la resistenza equivalente effettuando la serie dei resistori R_1 R_5 R_6 R_{2347} :

$$R_{eq} = R_1 + R_5 + R_6 + R_{2347} = 0.25 + 2.5 + 2.5 + 2.25 = 7.5\Omega$$

Esercizio n°3.5

Dato il circuito in figura:



$$\begin{aligned} E &= 36V \\ R_1 &= 6\Omega \\ R_2 &= 2\Omega \\ R_3 &= 4\Omega \end{aligned}$$

determinare le tensioni V_1 , V_2 , V_3 .

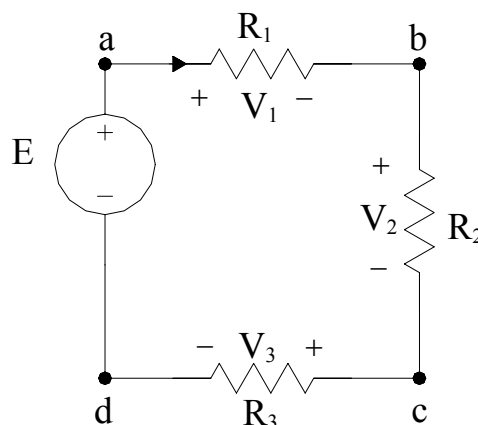
Per ricavare le tensioni ai capi di ciascun resistore possiamo seguire due strade. La prima consiste nell'applicare il *partitore di tensione* alla serie $R_1 - R_2 - R_3$:

$$V_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 36 \frac{6}{6 + 2 + 4} = \frac{216}{12} = 18V$$

$$V_2 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 36 \frac{2}{6 + 2 + 4} = \frac{72}{12} = 6V$$

$$V_3 = E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 36 \frac{4}{6 + 2 + 4} = \frac{144}{12} = 12V$$

In alternativa possiamo applicare la L.K.T. all'unica maglia del circuito, ricavare il valore della corrente comune e determinare così le cadute su ciascun resistore. A tale scopo fissiamo un riferimento per la corrente:



Impostiamo la L.K.T. all'unica maglia del circuito:

$$V_1 + V_2 + V_3 - E = 0$$

da cui:

$$R_1 I + R_2 I + R_3 I - E = 0$$

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{36}{6 + 2 + 4} = 3A$$

A questo punto calcoliamo le cadute di tensione ai capi di ciascun resistore:

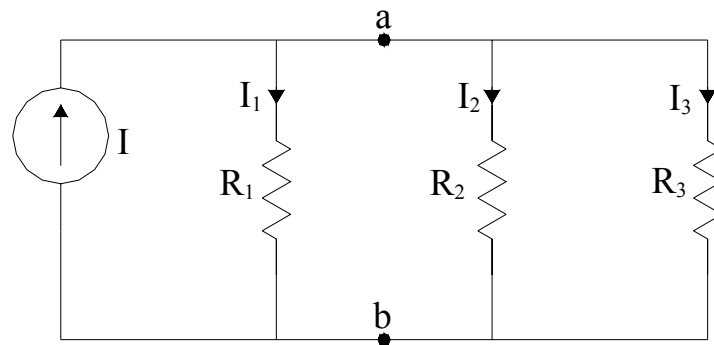
$$V_1 = R_1 I = 6 \cdot 3 = 18A$$

$$V_2 = R_2 I = 2 \cdot 3 = 6A$$

$$V_3 = R_3 I = 4 \cdot 3 = 12A$$

Esercizio n°3.6

Dato il circuito in figura:



$$\begin{aligned} I &= 7A \\ R_1 &= 2\Omega \\ R_2 &= 4\Omega \\ R_3 &= 8\Omega \end{aligned}$$

determinare le correnti I_1 , I_2 , I_3 .

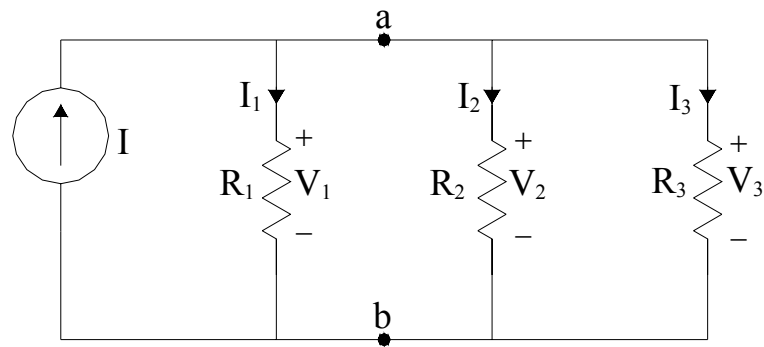
Per ricavare le correnti su ciascun resistore possiamo seguire due strade. La prima consiste nell'applicare il *partitore di corrente* al parallelo $R_1 - R_2 - R_3$:

$$I_1 = I \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} = I \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 7 \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 7 \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4+2+1}{8}} = 7 \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{8}} = 7 \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{7} = 4A$$

$$I_2 = I \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = I \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 7 \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 7 \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4+2+1}{8}} = 7 \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{8}} = 7 \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{7} = 2A$$

$$I_3 = I \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = I \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 7 \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 7 \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4+2+1}{8}} = 7 \frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}} = 7 \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{7} = 1A$$

In alternativa possiamo applicare la L.K.C. al nodo a , ricavare il valore della tensione comune e determinare così le correnti su ciascun resistore. A tale scopo fissiamo un sistema di riferimento per le tensioni:



Impostiamo la L.K.C. al nodo a:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I = 0$$

avendo considerato positive le correnti uscenti dal nodo.

Si ha:

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} - I = 0$$

Essendo i resistori in parallelo, su di essi insiste la stessa tensione:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

per cui si ha:

$$\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} - I = 0$$

da cui:

$$V = \frac{I}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{7}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{7}{\frac{4+2+1}{8}} = \frac{7}{\frac{7}{8}} = 7 \frac{8}{7} = 8V$$

A questo punto calcoliamo le correnti in ciascun resistore ciascun resistore:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{8}{2} = 4A$$

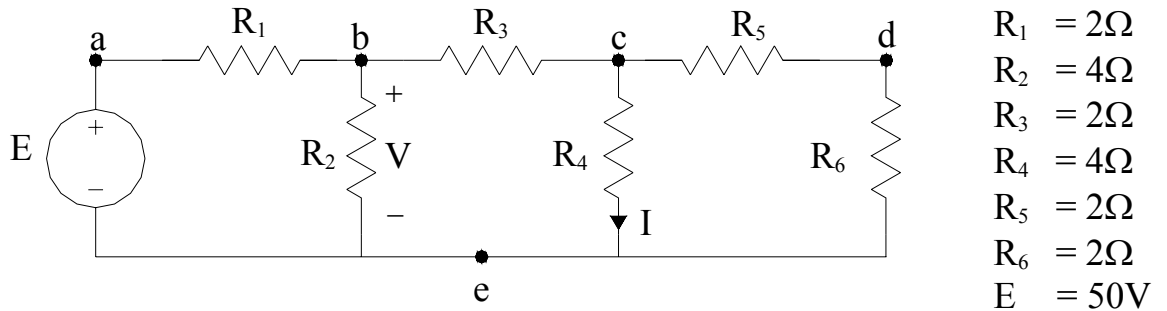
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{8}{4} = 2A$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{8}{8} = 1A$$

ottenendo lo stesso risultato.

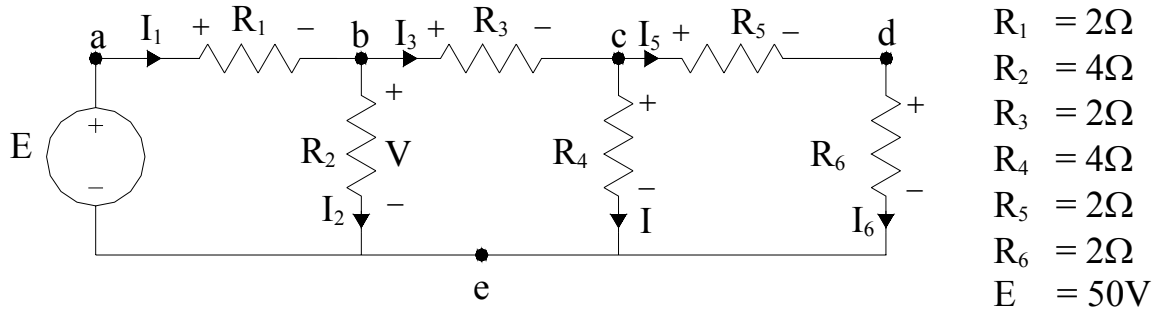
Esercizio n°3.15

Dato il circuito in figura:



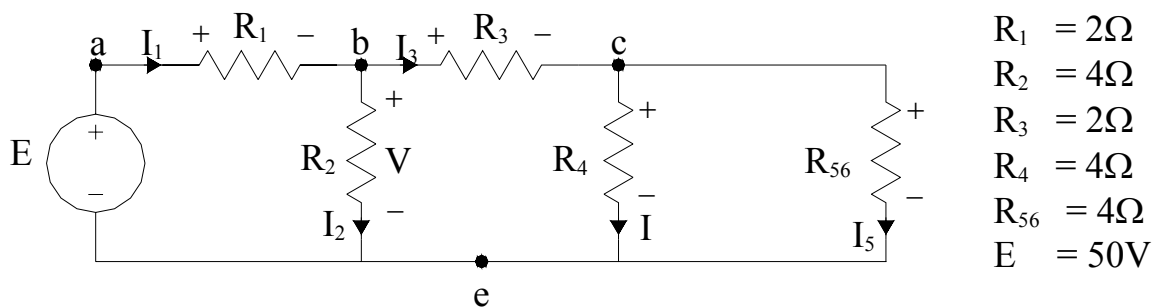
ricavare la tensione V e la corrente I .

Fissiamo un riferimento per le correnti e le tensioni nei lati in cui questo non è indicato dalla traccia:



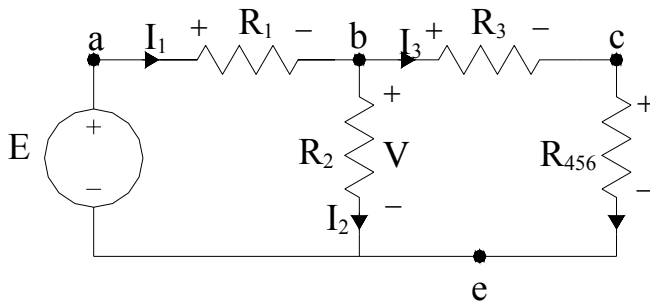
Per calcolare la tensione V riduciamo il circuito di partenza nel seguente modo:

SERIE $R_5 R_6$



$$R_{56} = R_5 + R_6 = 2 + 2 = 4\Omega$$

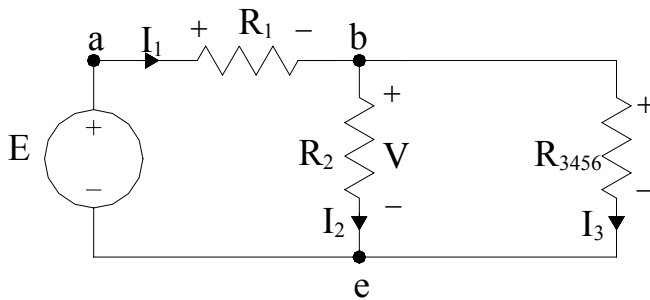
PARALLELO R_{56} R_4



$$\begin{aligned} R_1 &= 2\Omega \\ R_2 &= 4\Omega \\ R_3 &= 2\Omega \\ R_{456} &= 2\Omega \\ E &= 50V \end{aligned}$$

$$R_{456} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2\Omega$$

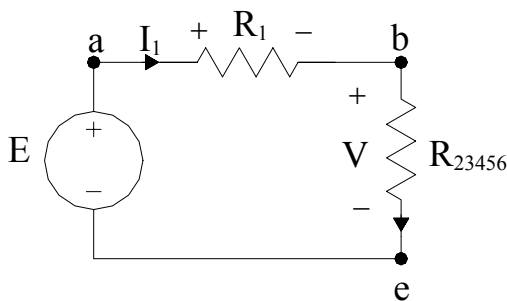
SERIE R_{456} R_3



$$\begin{aligned} R_1 &= 2\Omega \\ R_2 &= 4\Omega \\ R_{3456} &= 4\Omega \\ E &= 50V \end{aligned}$$

$$R_{3456} = R_3 + R_{456} = 2 + 2 = 4\Omega$$

PARALLELO R_{3456} R_2



$$\begin{aligned} R_1 &= 2\Omega \\ R_{23456} &= 2\Omega \\ E &= 50V \end{aligned}$$

$$R_{23456} = \frac{R_{3456} \cdot R_2}{R_{3456} + R_2} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2\Omega$$

A questo punto calcoliamo V applicando il partitore di tensione alla serie R_{23456} R_1 :

$$V = E \frac{R_{23456}}{R_{23456} + R_1} = 50 \frac{2}{2+2} = 25V$$

Determiniamo la corrente I_1 :

$$I_1 = \frac{E}{R_{23456} + R_1} = \frac{50}{2+2} = 12.5A$$

Determiniamo la corrente I_3 applicando il partitore di corrente al parallelo R_{3456} R_2 :

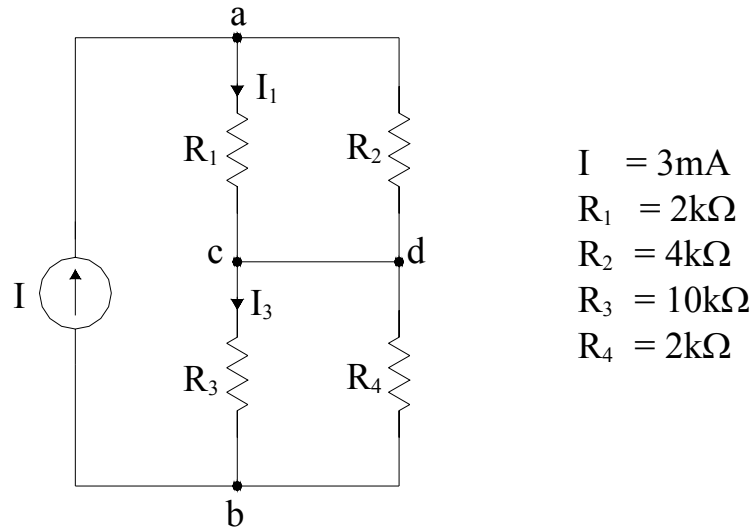
$$I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_{3456} + R_2} = 12.5 \frac{4}{4+4} = 6.25A$$

Determiniamo infine la corrente I applicando il partitore di corrente al parallelo R_{56} R_4 :

$$I = I_3 \frac{R_{56}}{R_{56} + R_4} = 6.25 \frac{4}{4+4} = 3.125A$$

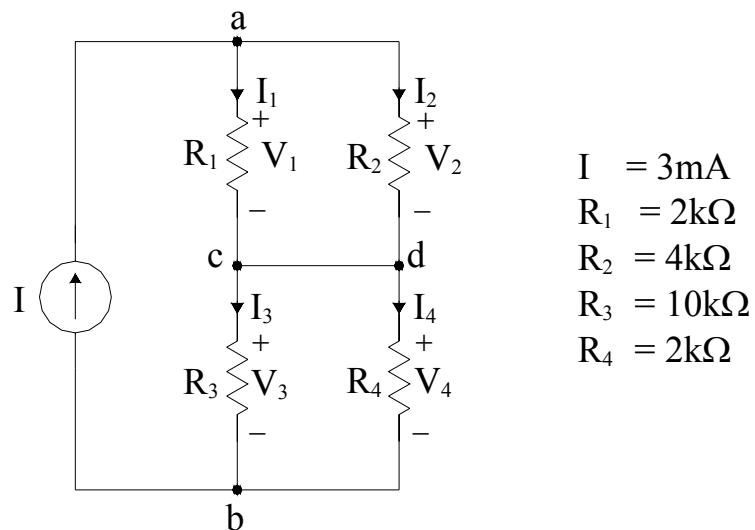
Esercizio n°3.8

Dato il circuito in figura:



ricavare le tensioni v_{ac} e v_{cb} .

In primo luogo stabiliamo un sistema di riferimento per le tensioni e per le correnti nei lati in cui questo non è indicato dalla traccia:



Calcoliamo la corrente I_1 applicando il partitore di corrente al parallelo $R_1 - R_2$:

$$I_1 = I \frac{G_1}{G_1 + G_2} = I \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 0.003 \frac{\frac{1}{2000}}{\frac{1}{2000} + \frac{1}{4000}} = 30 \cdot 10^{-4} \frac{5 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4} + 2.5 \cdot 10^{-4}} = 30 \cdot 10^{-4} \frac{5}{7.5} = 0.002 A$$

In questo modo la tensione v_{ac} è data da:

$$v_{ac} = V_1 = R_1 I_1 = 2000\Omega \cdot 0.002A = 4V$$

La stessa corrente I attraversa il parallelo $R_3 - R_4$ (è come se si avesse la serie dei paralleli $R_1 - R_2$ e $R_3 - R_4$) per cui possiamo applicare il partitore di corrente anche al parallelo $R_3 - R_4$ per calcolare la corrente I_3 :

$$I_3 = I \frac{G_3}{G_3 + G_4} = I \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = 0.003 \frac{\frac{1}{10000}}{\frac{1}{10000} + \frac{1}{2000}} = 30 \cdot 10^{-4} \frac{1 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4}} = 30 \cdot 10^{-4} \frac{1}{6} = 0.0005A$$

La tensione v_{cb} è quindi data da:

$$v_{cb} = V_3 = R_3 I_3 = 10000\Omega \cdot 0.0005A = 5V$$

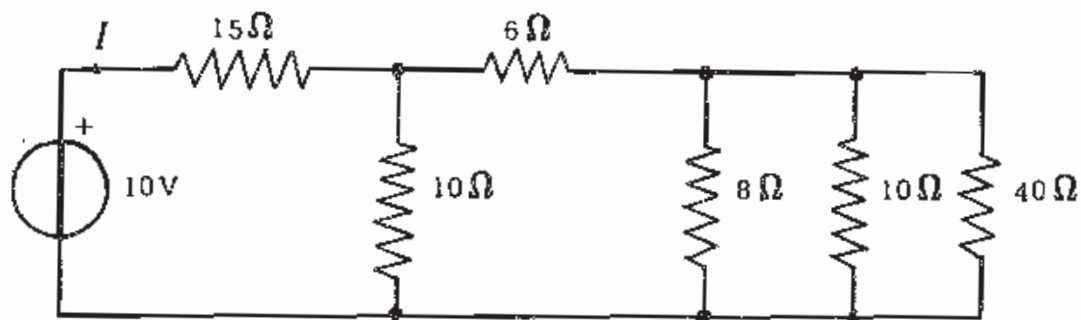
Calcoliamo ora la corrente nel cortocircuito. A tale scopo applichiamo la L.K.C. al nodo c :

$$I_1 = I_3 + I_{cc} \quad \Rightarrow \quad I_{cc} = I_1 - I_3 = 2mA - 0.5mA = 1.5mA$$

avendo fissato come verso di riferimento di I_{cc} quello che va dal nodo c al nodo d .

Esercizio:

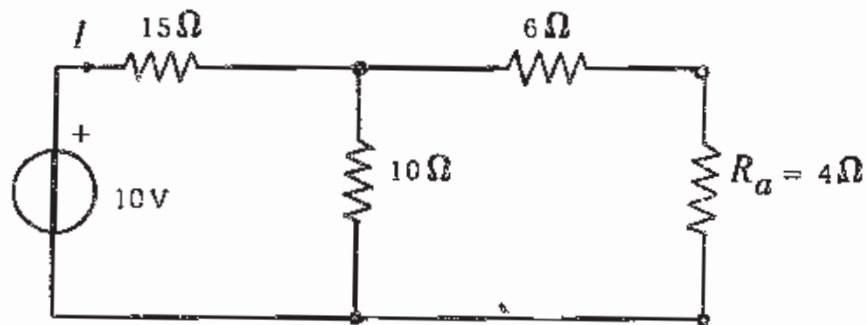
9 - Calcolare la corrente fornita dal generatore nel seguente circuito:



Si può sostituire ai 3 resistori da 8, 10, 40 Ω in parallelo il resistore equivalente, la cui resistenza R_a vale:

$$R_a = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40}} = 4 \Omega$$

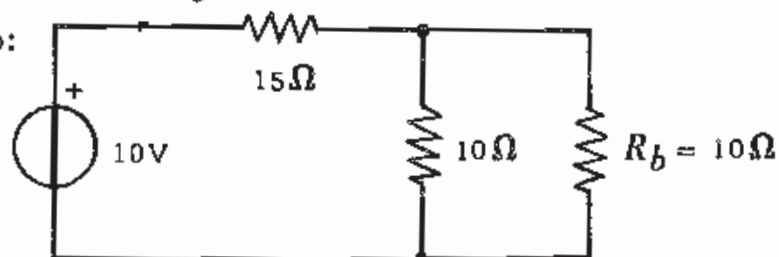
Il circuito è ora divenuto il seguente:



Alla serie del resistore di 6 Ω e di quello di 4 Ω si sostituisce il resistore equivalente con resistenza

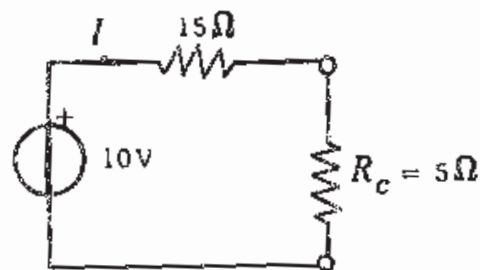
$$R_b = 6 + 4 = 10 \Omega$$

ottenendo il circuito:

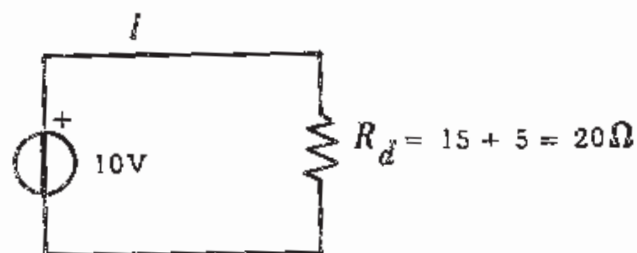


Al parallelo dei due resistori di 10Ω si sostituisce il resistore equivalente R_c , la cui resistenza vale:

$$R_c = \frac{10}{2} = 5\Omega$$

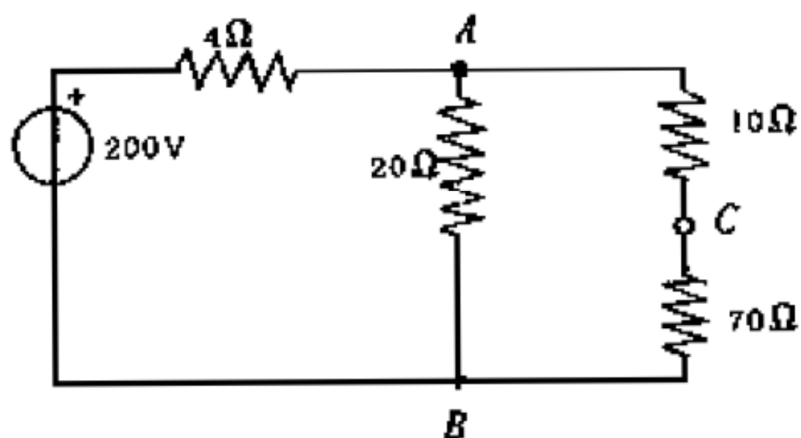


Ed infine, calcolando la resistenza R_d del resistore equivalente alla serie dei due resistori da 15 e 5Ω , si perviene al circuito elementare:



La corrente I vale $\frac{10\text{ V}}{20\Omega} = 0,5\text{ A}$.

Esercizio: 28.



Determinare V_{AC} .

$$V_{AC} = \frac{10}{70 + 10} \cdot V_{AB} \quad ; \quad V_{AB} = \frac{R_{AB}}{R_{AB} + 4} \cdot 200$$

$$R_{AB} = \frac{20 \cdot 80}{100} = 16 \Omega \quad ; \quad V_{AC} = 20V.$$

1.1 - Calcolare il valore della resistenza equivalente ai morsetti A B del bipolo di Fig.1.1a.

Sostituendo in ciascuno dei due lati alle resistenze in serie la corrispondente resistenza equivalente calcolata mediante la (I.2.4), si ottiene il bipolo di Fig.1.1b in cui :

$$R' = R_1 + R_2 = 15 \Omega$$

$$R'' = R_3 + R_4 + R_5 = 30 \Omega .$$

Sostituendo al parallelo di R' e R'' la resistenza equivalente calcolata in base alla (I.2.7), si ha:

$$R_{AB} = \Gamma_2(R', R'') = \frac{R' R''}{R' + R''} = 10 \Omega .$$

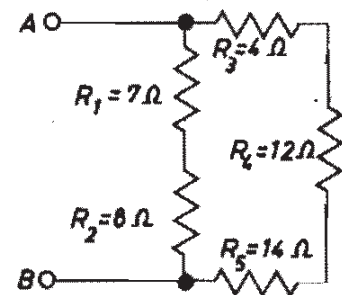


Fig.1.1a

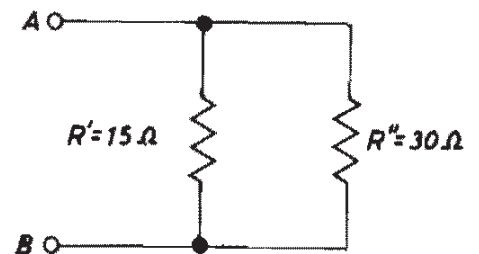


Fig.1.1b

1.2 - Calcolare il valore della resistenza equivalente ai morsetti A B del bipolo di Fig.1.2a.

Poichè tra B e C esiste un collegamento di resistenza nulla, il bipolo di Fig.1.2a si può ridisegnare come in Fig.1.2b.

In base alla (I.2.7), al parallelo di R_3 e R_4 si può sostituire la resistenza equivalente

$$R' = \Gamma_2(R_3, R_4) = 20 \Omega ,$$

che risulta in serie con R_2 ; a queste due resistenze può essere sostituita un'unica re

sistenza R'' (Fig.1.2c) che vale, in base alla (I.2.4):

$$R'' = R' + R_2 = 40 \Omega .$$

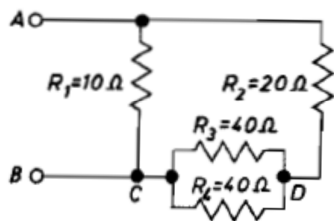


Fig.1.2b

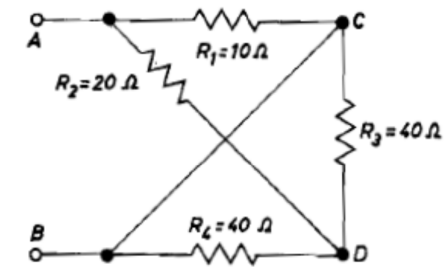


Fig.1.2a

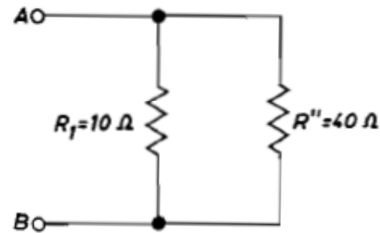


Fig.1.2c

La resistenza vista dai morsetti A B è quella equivalente al parallelo di R_1 e R'' (v. (I.2.7)) :

$$R_{AB} = \Gamma_2(R_1, R'') = 8 \Omega .$$

1.3 - Determinare la resistenza equivalente del bipolo di Fig.1.3a.

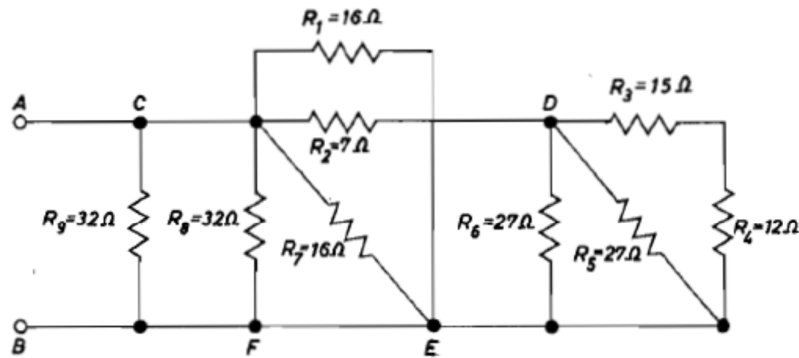


Fig. 1.3a

Tra D ed E si hanno le seguenti resistenze in parallelo: $(R_3 + R_4)$, R_5 e R_6 , ciascuna di valore pari a 27Ω . Ad esse si può pertanto sostituire secondo la (I.2.7) la resistenza equivalente:

$$R' = \Gamma_3 (R_3 + R_4, R_5, R_6) = 9\Omega$$

Allo stesso modo, al parallelo delle resistenze R_8 e R_9 , di ugual valore, si può sostituire la resistenza $R'' = 16\Omega$.

Si perviene così alla rete equivalente di Fig.1.3b.

Per la (I.2.4) nel lato CDE si ha la resistenza $R'_2 = R' + R_2 = 16\Omega$.

E' quindi immediato ricavare:

$$R_{AB} = \Gamma_4 (R_1, R'_2, R_7, R'') = 4\Omega$$

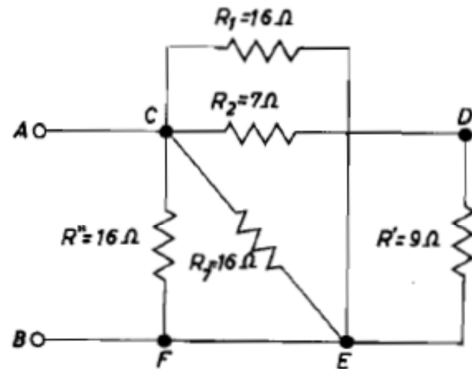
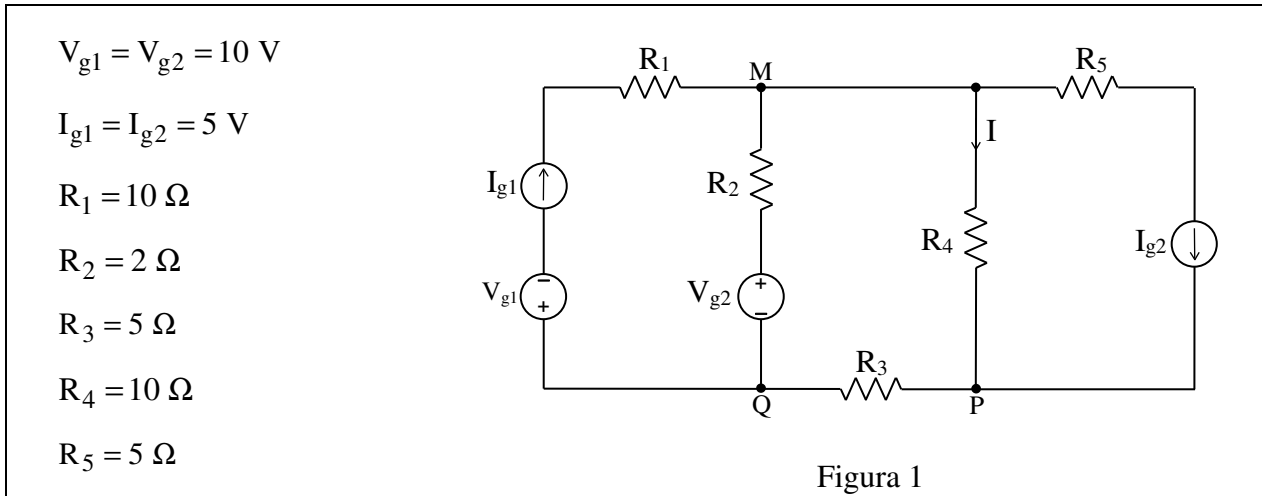


Fig.1.3b

Esercizio 2.4

Data la rete di fig. 1, determinare l'intensità della corrente I che attraversa il resistore di resistenza R_4 .



Si possono utilizzare diversi procedimenti.

a) Metodo delle trasformazioni equivalenti.

Innanzitutto il circuito si può semplificare effettuando le seguenti considerazioni:

1. per il resistore R_4 la serie costituita dal generatore di corrente I_{g1} , dal generatore di tensione V_{g1} e dal resistore R_1 equivale al solo generatore di corrente I_{g1} ;
2. per il resistore R_4 la serie costituita dal generatore di corrente I_{g2} e dal resistore R_5 equivale al solo generatore di corrente I_{g2} ;

ottenendo il circuito di fig.2:

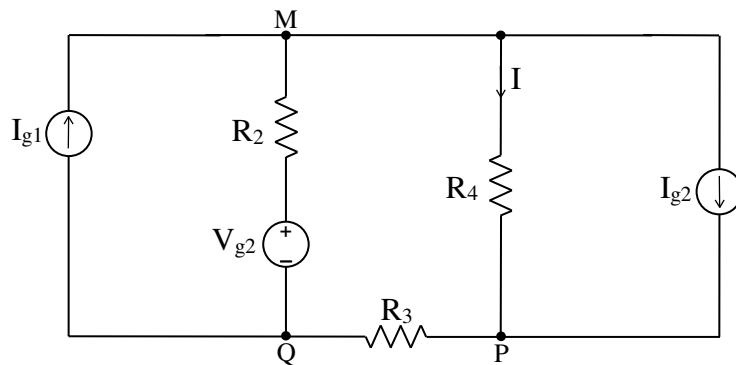


Figura 2

Quindi si può trasformare il lato Thevenin in un equivalente lato Norton ottenendo il circuito di fig.3:

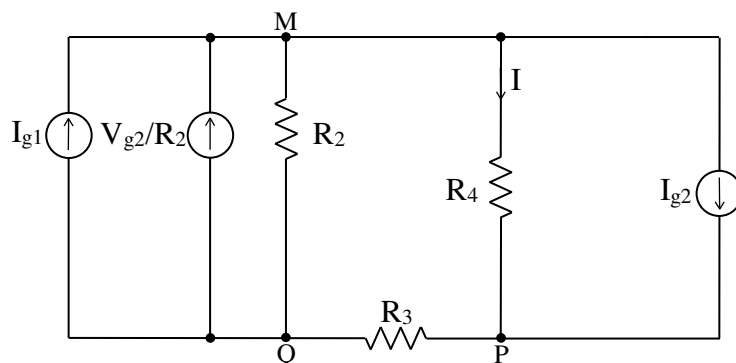


Figura 3

Effettuato il parallelo tra i generatori di corrente, si può trasformare il risultante lato Norton nell'equivalente lato Thevenin, ottenendo il circuito di fig.4:

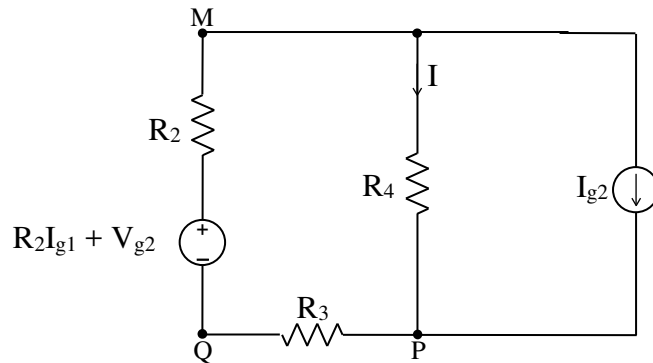


Figura 4

Ridotta la serie tra R_2 ed R_3 , il risultante lato Thevenin può essere trasformato nell'equivalente lato Norton, ottenendo il circuito di fig.5:

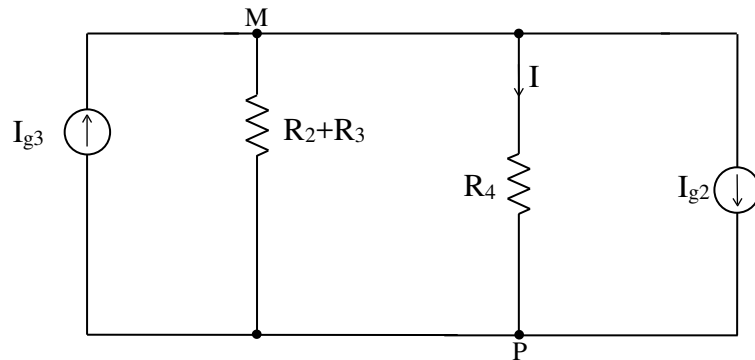


Figura 5

in cui:

$$I_{g3} = \frac{R_2 I_{g1} + V_{g2}}{R_2 + R_3} \quad (1)$$

Da cui si ottiene il valore della corrente I applicando la formula del partitore di corrente:

$$I = \frac{\frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4}} (I_{g3} - I_{g2}) \quad (1)$$

che, con i valori numerici proposti, dà:

$$I = -\frac{15}{17} = -0,8824 \text{ A} \quad (3)$$