Ing. Elettrica, Elettronica e Informatica
Compito del **3 marzo 2000**
Quesito a)

keywords: rete degenere, laplace, transitorio, metodo dei nodi.

La rete in fig.1 è a regime nell'istante t=0s, istante in cui l'interruttore T chiude. Si calcoli l'andamento temporale della tensione $v_c(t)$ per t≥0s.

$I_g = 1A$, $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $C = 1/36\ F$, $L = 1\ H$, $g_m = 10\ S$, $n_1/n_2 = 20$.

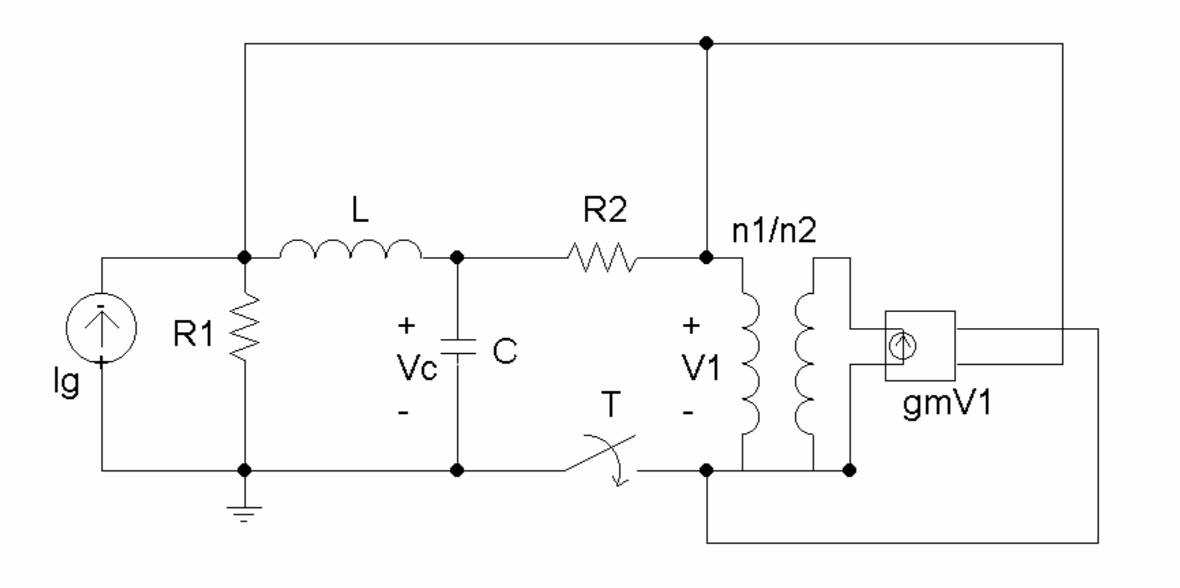

fig.1

Il trasformatore ideale ed il generatore pilotato si comportano come un resistore di resistenza negativa, infatti:

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad i_1 = -\frac{n_2}{n_1} i_2 = -\frac{n_2}{n_1} g_m v_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{i_1} = R_0 = -\frac{n_1}{n_2}\frac{1}{g_m} \quad \Rightarrow \quad R_0 = -2\Omega$$

La rete da risolvere nel dominio di Laplace diventa quindi la seguente (con l'interruttore T chiuso):

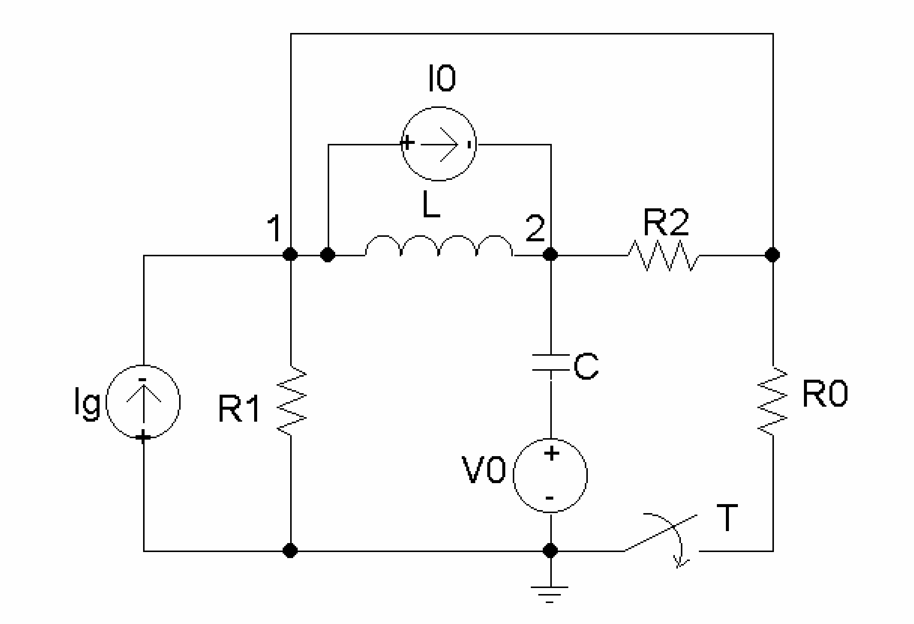

fig.2

Poichè, prima della chiusura dell'interruttore la rete è a regime costante, il calcolo delle condizioni iniziali $V_0 = v_C(0^-)$ e $I_0 = i_L(0^-)$ può essere effettuato mediante questa semplice rete:

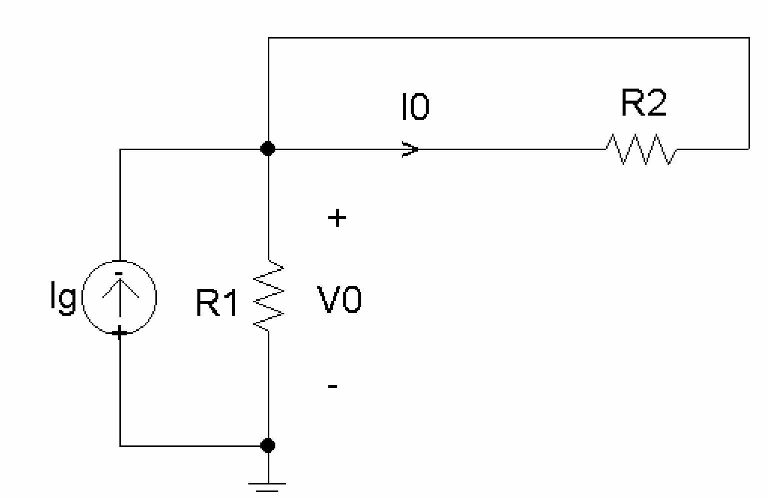

fig. 3

da cui si evince che: $V_0 = v_C(0^-) = R_1 I_g = 6$ V e $I_0 = i_L(0^-) = 0$ A.

Applicando il metodo dei nodi alla rete di fig.2, si ottene il seguente sistema risolvente:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL} & -\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}\right) \\ -\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}\right) & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}+sC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Ig}{s} \\ C\,v_c(0^-) \end{bmatrix}$$

Risolvendo il sistema per trovare $E_2(s)$ otteniamo:

$$E_2(s)=V_c(s)=\frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL} & \frac{Ig}{s} \\ -\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}\right) & C\,v_c(0^-) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL} & -\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}\right) \\ -\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}\right) & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}+sC \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \\ -\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{s}\right) & \frac{1}{6} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{s} & -\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{s}\right) \\ -\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{s}\right) & \frac{1}{3}+\frac{1}{s}+\frac{s}{36} \end{vmatrix}} = \frac{-6(s+2)}{s(s+4)} = -\frac{3}{s}-\frac{3}{s+4}$$

da cui antitrasformando si ha:

$$\boxed{v_c(t) = -3\left(e^{-4t}+1\right)\mathrm{V} \quad \text{per} \quad t \geq 0}$$

<u>Considerazioni finali</u>

Bisogna notare che: $\mathbf{v_C(0^+) = -6\ V \neq v_C(0^-)}$; quindi nell’istante t = 0 si ha un impulso nella corrente del condensatore.

Inoltre la risposta ha una sola frequenza naturale e ciò è dovuto alla presenza del generatore pilotato che, per il valore del parametro g_m assegnato, rende la rete degenere. Esiste infatti una relazione lineare tra le due variabili di stato (LKC al nodo 1, non messa in evidenza durante la soluzione dell’esercizio a causa dell’utilizzo del metodo di simbolico di Laplace): le due variabili di stato non sono quindi indipendenti.